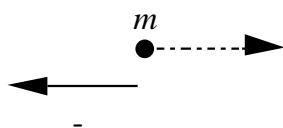


## 運動量はどうなっているか？

簡単のため、Lorentz 変換に従うベクトル  $\begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix}$  から運動量を作ってみよう。この微小変化

$\begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix}$  に対し、 $\frac{m}{t}$  をかけると、 $\begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix} \times \frac{m}{t} = \begin{pmatrix} m \\ m x/t \end{pmatrix}$  となり、これの下の方の要素

がちょうど非相対論的運動量になっている。また、このベクトルは元のベクトルに係数を掛けただけなので、やはり Lorentz 変換に従う。ただし、下の方の要素が 0 でないときには、ちがう慣性座標系の物体に対する運動量表示なので、これは必ずしも正しくない。そこで、



これを 0 と置いたものに対して（粒子の静止系から出発して）、Lorentz 変換を施すことによって相対論的に正しい運動量の表式を求めよう。止まっている粒子を正の方に動かすためには、逆方向に、 $-\beta$  で変換すればよいので、

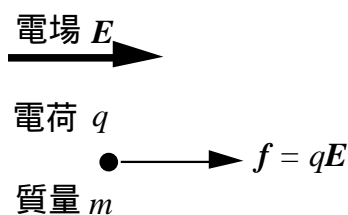
$\begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & m \\ \beta\gamma & \gamma & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m \\ m x/t \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m\gamma \\ m\beta\gamma \\ 0 \end{pmatrix}$  となる。この表式で、このベクトルの下の要素が相対論的に正しい

運動量表示である。従って  $p = \gamma m\beta = \frac{m\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$  であり、物体の  $\beta$  は  $\beta = \frac{p}{\sqrt{m^2 + p^2}}$  で表される。

これでわかるように、 $\beta$  が小さいときには、非相対論的な表式と一致する。粒子の速さが速くなると、だんだんと非相対論的取り扱いは成り立たなくなる。このベクトルの上の方の要素が何かは後で述べる。

## 一様電場中の電荷を持った質点（荷電粒子）の運動

これからの議論の中には、粒子の速度と慣性系間の座標、運動量および速度が、同時に出てきてしまうため、他のものと混同しやすそうなきには、粒子の方に添字  $p$  をつける。また、普通は省略するが、ここでは分かり易さのため、時間に依存する項を、なるべくあらわに時間の関数として書く。



空間に一様電場  $E$  があるとしよう。電荷  $q$  を持ち、最初止まっていた物質の運動を考える。最初に非相対

論的に解くと、速度は  $\beta = \frac{dx_p(t)}{dt}$  であり、運動量は  $p = m\beta$  で表される。ここで、 $x_p$  は粒子の

位置座標である。力は非相対論的には、 $f = m\dot{x} = \frac{d(mv)}{dt} = \frac{dp}{dt}$  で表され、これを一回積分すれば

速度の解が得られ、 $\beta = \frac{f}{m}t$  となる。速さは、時間が十分あれば、どこまでも大きくなりう

る  $|\beta| = \beta$  (光速をこえる)。この様なことは、相対論的には起こり得なかった。

正しく相対論的に扱うには、どう考えればいいのか？先ほどの運動量の表式に立ち返って考えると、運動量は係数  $\gamma$  倍だけ非相対論的な場合と食い違う。 $\beta$  は観測している慣性

座標系での速さだから、これは測定（定義）できる量である。変更を受けるべきなのは、質量  $m$  であろう。すなわち、「相対論的には、質量が  $\gamma$  倍だけ重くなる」と考えなければならないだろう。

具体的に見てみよう。非相対論的な運動方程式  $f = m\ddot{x} = \frac{d(m\dot{\beta})}{dt} = \frac{dp}{dt}$  に立ち返ると、ここでは質量は定数であり、時間微分から外に出せると取り扱ったが、これが成り立たない。相対論的には、定数なのは質量ではなく、静止質量である。

そこで、 $f = \frac{dp}{dt}$  だけから考えよう。電場の方向を  $x$  軸とすると、その運動量は、 $p = ft$  と求まるので、 $x$  方向の速度は、 $\beta_{px}(t) = \frac{p}{\sqrt{m^2 + p^2}} = \frac{ft}{\sqrt{m^2 + (ft)^2}}$  と書ける。これは  $t$  で 1、すなわち光速に近づくということを意味している。さらに、時刻  $t$  における粒子の位置  $x_p(t)$  を求めてみよう。速度  $\beta_{px}(t)$  を積分することによって、

$$x_p(t) = \int_0^t \beta_{px}(t) dt = \frac{1}{f} \int_0^t \sqrt{m^2 + (ft)^2}^{-1} dt = \frac{1}{f} \left( \sqrt{m^2 + (ft)^2} - m \right) = \frac{1}{f} \left( \sqrt{m^2 + p^2} - m \right)$$

と求まる。

ところで、一様な力  $f$  を受けたときに、 $x$  だけ移動することによって受ける運動エネルギー  $E$  は、 $T = E = f x_p(t) = f \left( \frac{1}{f} \left( \sqrt{m^2 + p^2} - m \right) \right) = \sqrt{m^2 + p^2} - m = m\gamma - m$  と表される。そこで、これに質量  $m$  を加えることによって「全エネルギー」を  $E + m = m\gamma$  と定義すると、ちょうどベクトル  $\begin{pmatrix} m \\ 0 \end{pmatrix}$  の変換式  $\begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma \\ \beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m\gamma \\ m\beta\gamma \end{pmatrix}$  における、上の方の要素が得られる。すなわち、全エネルギーと運動量の組によって作られるベクトル  $\begin{pmatrix} E \\ p \end{pmatrix}$  は、時空ベクトル  $\begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix}$  と全く同じ変換規則（Lorentz 変換）に従うことがわかる。ちなみに、展開形式  $E + m = m + \frac{1}{2} m\beta^2 + \dots$  の第二項は、ちょうど非相対論的運動エネルギーに一致している。

また、観測者から見た、その粒子の  $\beta$ 、 $\gamma$  が定義できて、 $\frac{m\gamma}{m\beta\gamma} = \frac{E}{p}$  から、それぞれ、 $\beta_p = \frac{p}{E}$ 、 $\gamma_p = \frac{E}{m}$  で表される。

全エネルギー、運動量、及び静止質量の関係を導いておこう。

静止質量が 0 でない粒子に対しては  $\frac{E}{p} = \frac{\sqrt{m^2 + p^2}}{p}$  である。静止質量が 0 の場合には

$$\frac{E}{p} = \frac{p}{p} \quad \beta_p = 1 \text{ となり、光がこれに当たる。実際、後者は、どのような、Lorentz 変換に対しても、ベクトルの上下の要素の比は 1 で、常に光速になる。}$$

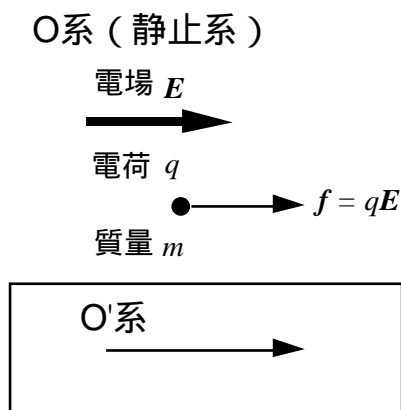
# 特殊相対論からの電場の変換の導出

様々な速度に対する荷電粒子の運動が、地球がどのような運動をしているかに無関係に Lorentz 力で説明されると言う実験事実は、「この物理法則は慣性系が違っていても成り立つ」という事を受け入れざるを得ないと言うことを意味している。磁場による力は速度に依存し、粒子の速度は当然それを観測する系の速さに依存するので、一見これは矛盾するように見える。ここでは、我々の住んでいる宇宙の時間と空間に対する変換規則 Lorentz 変換を仮定すると、最初の系に電場だけしか仮定していなくとも、それと相対的に等速度で動く系から観測すると、観測している座標系から見た粒子の速度に依存した力が発生すると考えなければならないと言うことを示そう。これこそ、まさに我々が磁場と呼ぶ物である。

このため、一様電場中の荷電粒子の運動を、別の慣性系 (O'系) から見てみよう。最初の系を O 系とする。電磁場は、観測する慣性系が異なれば変わってしまうが、O'系での運動方程式 ( $\frac{dp_x(t)}{dt}$  がどう表されるかを、O 系の座標  $t$  や  $x$  に依らずに書いた式) さえ書ければ、この系での電磁場がどう観測されなければならないかを調べることが出来る。別の言葉で言えば、電磁場の変換がどうなっていないかを決められる。

それでは O'系での運動方程式を書いてみよう。注意して欲しいことは、O'系での運動方程式は、当然ではあるが、 $t'$  で時間微分しなければならない点である。また、ここでは簡単のため、最初の系 (O 系) に磁場は考えない。

## 電場の変換 (I)



まず、前と同じく、一様な電場中の粒子の運動を考え、その電場と平行に動く慣性系で、粒子の運動の様子を見てみよう。そうすれば、O'系での電磁場を決定できる。

すでに、 $x_p(t)$ 、 $E_p(t)$ を知っているの、簡単な Lorentz 変換を施せば良いだけである。すなわち、

$$\begin{aligned} E_p(t) &= \gamma E_p(t) - \beta\gamma E_p(t) \\ p_p(t) &= -\beta\gamma p_p(t) + \gamma p_p(t) \\ t &= \gamma t - \beta\gamma t \\ x_p(t) &= -\beta\gamma x_p(t) + \gamma x_p(t) \end{aligned}$$

この Lorentz 変換から、 $p_x(t) = \gamma p_x(t) - \gamma \beta E(t)$  および  $t = \gamma t - \gamma \beta x_p(t)$  が得られる。ここで、前に導いた  $p_x(t) = f t$ 、 $E(t) = m + f x_p(t)$  及び  $f = qE_x$  に注意しながら、両者を  $t$  で微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{dp_x(t)}{dt} &= \gamma \frac{dp_x(t)}{dt} - \gamma \beta \frac{dE(t)}{dt} = \gamma f - \gamma \beta f \frac{dx_p(t)}{dt} = \gamma f - \gamma \beta f \beta_{p_x}(t) = \gamma f (1 - \beta \beta_{p_x}(t)), \\ \frac{dt}{dt} &= \gamma (1 - \beta \beta_{p_x}(t)) \end{aligned}$$

が得られる。このふたつから、O'系での運動量の時間変化  $\frac{dp_x(t)}{dt}$  を求めよう。

$\frac{dp_x(t)}{dt'} = \frac{dp_x(t)}{dt} \frac{dt}{dt'} = f = qE_x$  となり、これは O 系での運動量の時間変化  $\frac{dp_x(t)}{dt} = f = qE_x$  と等しい。すなわち電場は両者で変わらず、 $E_{//} = E_{//}$  であり、二つの慣性系で、座標変換 (Lorentz 変換) に平行な成分の電場は変化しない。また、粒子の速度に依存する項も現れなかったの  
 で O' 系にも磁場は存在しない  $B_{//} = 0$ 。

従って、最初に電場しか存在しなければ、電場と平行に動く系から観測した場合には、粒子の速度に依存した力は発生しない。

### 電場の変換 ( II )

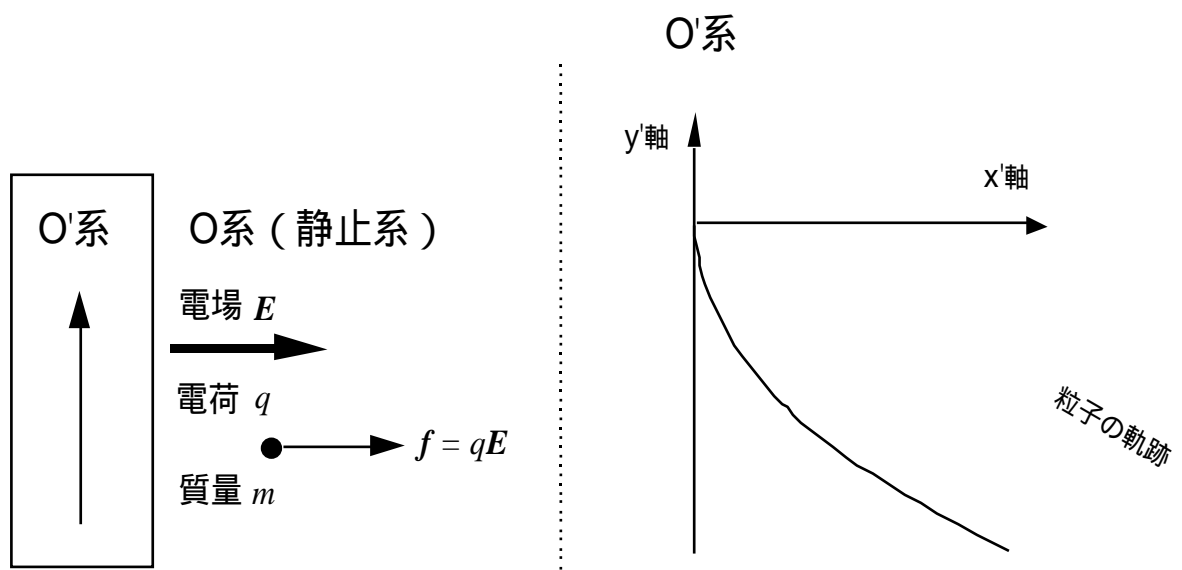
今度は、電場と垂直に動く慣性系から調べてみる。実は、この場合に初めて電場が磁場に  
 変化したと考えざるを得ない状況が発生する。そこで、取りかかる前に、我々の磁場の定義  
 『荷電粒子に働く磁気力は、粒子の電荷の大きさ (q)、速さ (v) と磁場の強さ (B) に比例し、その運動の方向と垂直に働く。また、磁場の方向に運動するときには働かない』を数  
 式的に、すなわち、Lorentz 力を行列形式で表しておこう。O 系では、

$$\mathbf{f} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = q(\mathbf{E} + \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{B}) = q \begin{pmatrix} E_x + \beta_{p_y} B_z - \beta_{p_z} B_y \\ E_y + \beta_{p_z} B_x - \beta_{p_x} B_z \\ E_z + \beta_{p_x} B_y - \beta_{p_y} B_x \end{pmatrix}$$

が成り立たなければならないし、O' 系では、

$$\mathbf{f} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = q(\mathbf{E} + \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{B}) = q \begin{pmatrix} E_x + \beta_{p_y} B_z - \beta_{p_z} B_y \\ E_y + \beta_{p_z} B_x - \beta_{p_x} B_z \\ E_z + \beta_{p_x} B_y - \beta_{p_y} B_x \end{pmatrix}$$

が成り立たなければならない。逆に言えば、これは成り立つように電磁場に対する認識を改  
 めれば、どの様な慣性系に対しても Lorentz 力が成り立つと考えることが出来る。



それでは、実際に見てみよう。前と同じように  $E$  の方向を  $x$  軸とし、O' が移動する方向を  
 $y$  軸と取る ( $\boldsymbol{\beta} = (0, \beta_y, 0)$ )。この場合、Lorentz 変換の行列と、それに従う 2 つのベクトルを

書くのは簡単だ。それぞれ、

$$\begin{array}{cccccc}
 \gamma & 0 & -\beta_y \gamma & t & E(t) & t = \gamma_y t \\
 0 & 1 & 0 & \text{と } x_p(t) \text{ 及び } p_x & \text{になる。従って、時空間の関係は、} & x_p(t) = x_p(t) \text{ と} \\
 -\beta_y \gamma & 0 & \gamma & 0 & 0 & y_p(t) = -\gamma \beta_y t \\
 & & & & \frac{dt}{dt} = \gamma & E(t) = \gamma E(t) \\
 \text{なるので、これの時間微分から } \beta_{p_x}(t) = \beta_{p_x}(t)/\gamma \text{ が得られる。同様に、} & & & & p_x(t) = p_x(t) \text{ が、} & p_y(t) = -\gamma \beta_y E
 \end{array}$$

粒子の運動を表している。(ちなみに、O系ではy方向には動いていなかったのだから、当然 $\beta_{p_y} = 0$ 。)

まずは、y軸の方から解こう。ここでは、y軸方向に一樣の速度の系から観測しているだけであり、元々こちら側には、力は存在していないので、「常識」的には、こちら側に力など発生しようはずがない。相対論的にもこれが成り立っているのだろうか？

これを確かめる為には、前と同様、 $p_y$ のtによる時間微分を元の座標系に依存しないように方程式を作ればよい。 $p_x(t) = f t$ 、 $E(t) = m + f x_p(t)$  及び  $f = qE_x$  に注意して、

$$\frac{dp_y(t)}{dt} = -\gamma \beta_y \frac{dE(t)}{dt} = -\gamma \beta_y f \frac{dx_p(t)}{dt} = -\gamma \beta_y f \beta_{p_x} = -\gamma \beta_y f (\gamma \beta_{p_x}) = -\gamma^2 \beta_y f \beta_{p_x}$$

から

$$\frac{dp_y(t)}{dt} = \frac{dp_y(t)}{dt} \frac{dt}{dt} = -\gamma^2 \beta_y f \beta_{p_x} \frac{1}{\gamma} = -[\gamma \beta_y f] \beta_{p_x} = -q[\gamma \beta_y E_x] \beta_{p_x}$$

となり、O系でのx軸方向の粒子速度 $\beta_{p_x}$ に比例した力がそれと垂直なy軸方向に出てきた。これは、まさに、我々が定義した磁場の性質そのものである。この系にいる人が、ホール計で磁場を測れば当然0にはならない。

ここまでは、時空のLorentz変換だけで議論してきた。さて、Lorentz力の式と見比べると、 $B_z = \gamma \beta_y E_x$ とおけることが分かる。 $B_x$ 、 $B_y$ については、粒子がx-y平面から出ることはない、必ず0にならなければならない。この式をベクトル演算で書けば、 $\mathbf{B} = -\gamma (\beta \times \mathbf{E})$ となる(負号はx,yの順番が $\beta_y E_x$ であった事による。もし順番が $\beta_x E_y$ であったら符号は反転しない。もちろん上で得られた式は $\mathbf{B} = \gamma (\mathbf{E} \times \beta)$ と書いても良い)。前にも触れたように、ベクトル演算で書くのは、この表式が今取ったような計算が簡単になる座標だけではなく、一般の座標に於いても成り立つためである。

また、x軸方向に電荷だけにしか依存しない項がないと言うことは、こちら方向には、電場は存在しない。

x'側どうなっているだろうか？その方程式を見てみよう。

$$\frac{dp_x(t)}{dt} = \frac{dp_x(t)}{dt} \frac{dt}{dt} = \frac{dp_x(t)}{dt} \frac{1}{\gamma} = f \frac{1}{\gamma} = qE_x \frac{1}{\gamma}$$

電場は $\frac{1}{\gamma}$ 倍になったのだろうか？実は、忘れてはならないのは、「この中には $B_z$ による寄与

が存在するはずだ」と言うことである。一般的に、どうなっているかを取り扱うのは、面倒なだけなので、ふたたび、Lorentz力の式を参考にしよう。それによれば、 $B_y$ が0であり $B_z$ が $\gamma \beta_y E_x$ であることから、 $\frac{dp_x(t)}{dt}$ は、次のように簡単に書ける。

$$\frac{dp_x(t)}{dt} = qE_x + q\beta_{py} B_z = qE_x + q\beta_{py} \gamma \beta_y E_x$$

この二つの式から、

$$E_x = \frac{1}{\gamma} E_x - \beta_{py} \gamma \beta_y E_x = \frac{1}{\gamma} (1 + \beta_y^2 \gamma^2) E_x = \frac{1}{\gamma} \left( 1 + \frac{\beta_y^2}{1 - \beta_y^2} \right) E_x = \frac{1}{\gamma} \frac{1}{1 - \beta_y^2} E_x = \gamma E_x$$

となる。従って、 $E_x = \gamma E_x$ 。

元々の座標系 (O系) に磁場がないときには、O'系での電磁場は、

$$\begin{aligned} B_{//} &= 0, & \mathbf{B} &= \frac{1}{c} (-\gamma \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E}) \\ E_{//} &= E_{//}, & \mathbf{E} &= \gamma \mathbf{E} \quad \text{ただし} (B=0) \end{aligned}$$

と表される。ここで//および $\perp$ は、それぞれ座標変換に平行と垂直な成分である。また、単位系はSI単位系に戻した。

SI単位系に戻すために、 $c$ で割ったが、その理由は $\mathbf{f} = q\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{B}_0 = q\mathbf{v} \times \frac{1}{c} \mathbf{B}_0 = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  (ただし、 $B_0$ は自然単位系での磁場) から来る。

以上を導くときに、簡単のため一様電場を仮定したが、この議論の中では「時空間上の点において、荷電粒子が受ける力」だけが問題だったのであり、この関係は一般的に成り立つ。

これまでの計算は、実はまだ、「慣性系同士をつなぎ合わせるときの変換規則 (Lorentz変換) を認めると、変換規則自身、空間と時間を混ぜるような「常識」で考えると奇妙な物である上、運動量やエネルギーもニュートンの考えた物とは変わってしまい、電場は磁場に変わる (前に触れたように、磁場は電場に変わる) ことが起こると言う「常識」とは全くかけ離れたことを、認めなければならない」と言うことを示しただけである。

重要なことは、次に示すように、「一般的に、『どうして電流が流れると磁場が出来るのか』という説明なしに与えられる、電流と磁場の関係式 (ビオ・サバル Biot-Savart の式) が、点電荷 (電子) による電場の座標変換の結果として、自動的に導かれる」ということである。

その前に、元々の座標系に磁場がある一般の場合の変換規則も求めておこう。一様磁場中の荷電粒子の円運動を相対論的に解くのは、磁場が作る力が常に速度と垂直であり粒子のエネルギーを変えず、従って、 $\gamma_p$ を変えないので、非常に簡単に解くことが出来る。これを磁場に平行に動く系から見ても、らせん運動に変わるだけであり、電場の時の考察と全く同様にして $B_{//} = B_{//}$ を示すことも簡単である。

しかし、垂直成分を同様の方法によって出すのは、かなり大変である。

そこで、O系から更にβで動くO'系に変換するときの規則を仮に：

$$\mathbf{B} = (a\mathbf{B} - \gamma \beta \times \mathbf{E}) \quad \text{及び} \quad \mathbf{E} = (\gamma \mathbf{E} - b\beta \times \mathbf{B})$$

としよう。ここで、a, bを未知数であり、光速cは1とする。また、この式の形は、磁場も電場と同じように変換するだろうと考えた事から来る。これにβ = -βを代入すると、O'系はO系と同じ物でなければならないので、a=γ, b=-γが示せる。まとめた上で、次元を戻してやると：

$$\begin{aligned} B_{//} &= B_{//}, & \mathbf{B} &= \gamma \left( \mathbf{B} - \frac{\beta \times \mathbf{E}}{c} \right) \\ E_{//} &= E_{//}, & \mathbf{E} &= \gamma (\mathbf{E} + \beta \times \mathbf{B}) \end{aligned}$$

を導くことが出来る。これで、電磁場の Lorentz 変換に対する一般的な変換規則が導けた。

この事から、最初に一様磁場中での運動を、粒子と同じ速度で動く系から見たときの一見矛盾と思えた問題が、力の大きさ方向も含めて説明できる。

これまでの議論で Lorentz 力の式を磁場の定義として使用したが、力の形式を見るのに利用しただけであり、もっと一般的に“電場の Lorentz 変換によって存在しなければならない(つじつまが合わない)粒子の速度に比例する力”として導くことができるのは、殆ど自明だろう。一般的には、より高度な数学(変換群・テンソル)を利用したほうが問題を扱うのが簡単であるが、ここでは取り扱わない。

注) 荷電粒子の電磁場中の加速度を伴った運動は、細かいことを言えば、上記のように扱えない。これは、荷電粒子が加速度を受けると、電磁波を発生して、エネルギーを失うためである。もちろん、それが非常に重要になる場合もあるが、ある程度重い物質については、殆ど無視できる。

### 電流から磁場へ

観測系O系に対して荷電粒子が、x軸方向に速度βで動いているとすると、観測系ではどの様な、電磁場が観測されるだろうか？粒子と共に動く系O'系では、それは当然

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r}}{r^3}, \quad \begin{matrix} t \\ x \end{matrix} = \begin{matrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{matrix} \begin{matrix} t \\ x \end{matrix}$$

で表せる。従って、O系での電磁場は、

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\gamma}{\left( (\gamma(x-\beta t))^2 + y^2 + z^2 \right)^{\frac{3}{2}}} \begin{matrix} (x-\beta t) \\ y \\ z \\ 0 \end{matrix} \\ \mathbf{B} &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{\gamma\beta}{\left( (\gamma(x-\beta t))^2 + y^2 + z^2 \right)^{\frac{3}{2}}} \begin{matrix} -z \\ y \end{matrix} \end{aligned}$$

で表せる。

金属中の電流を考える場合には、金属は全体として電氣的に中性になっているので、電場の成分は無視できる。金属中には、非常に多数の伝導電子  $n \sim 6 \times 10^{23} / \text{A cm}^{-3}$  が流れていて、ドリフト速度( $v_d \sim 10^{-22}$ )が極端に遅い。しかし、結果として流れる電流は、その積なので、有限であり、この時、短い区間  $d\vec{\ell}$  に流れる電流  $I$  が作る磁場は、 $\gamma = 1$ ,  $I d\vec{\ell} = e d\vec{\ell} S n v_d$  なの

で、

$$d\mathbf{B} = \frac{enS}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{d\ell}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -z \\ y \end{pmatrix} = \frac{enS}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{d\ell}{r^3} \mathbf{v}_d \times \mathbf{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

と表される。これが Biot-Savart の式に他ならない。ここで、電流と磁場の間の比例係数すなわち透磁率が  $\mu_0 = 1/\epsilon_0 c^2$  であることも、自動的に導かれた事にも注意しよう。この様な関係式は、相対論を認めなければ電場の関係式だけからは、いきなりは導けない。

要するに、「常識」とはかけ離れた、時間と空間の変換式(Lorentz 変換)を認めると、これまで磁場に関して解らなかつた事柄が、総て電場から説明される。

冬休みの友(敵? : レポート)

- 1) 一様磁場中の、磁場に垂直に動く荷電粒子の運動を相対論的に解いて下さい。  
磁場による力は、粒子の速度と必ず直交するので、 $\gamma$  は一定と言うことに注意すれば、殆ど授業中に解いたのと同じです。
- 2) 磁場と平行に動く慣性系からこの粒子の運動を見る事により、磁場と平行に動く系から見た磁場が変化しないことを示して下さい。
- 3) 磁場に垂直に、粒子と同じ速度で動く系から見たときに、その系で静止状態から動き出すときの力が、その系で観測される電場で与えられることを確認して下さい。